

«НАУКА», Новосибирск
ISBN 5-02-031549-4

К РАСПРЕДЕЛЕНИЮ ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ НА МНОЖЕСТВЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ

1999г.

А. В. Баяндин

ВВЕДЕНИЕ

Прежде, чем изложить суть проблемы и ее решение остановимся немного на истории **чисел** и их связи с действительностью. Особенно ярко значимость чисел в деятельности человека отражена в древнегреческой мифологии.

Так в трагедии «Прикованный Прометей» древнегреческого драматурга Эсхила, полубог Прометей говорит о своих деяниях на благо людей, за что и был наказан: «Смотрите же, что смертным сделал я. **Число** им изобрел и буквы научил соединять, им память дал, мать муз, всему причину...». Как видно из приведенной цитаты, первое место среди своих заслуг перед человечеством он ставит не **огонь**, который принес людям, а **число, счет**. Затем - письменность, а затем - «мать муз» и **всему причину - память**, которую Олицетворяла Мнемосина - муза памяти. Благодаря памяти строится любая деятельность и накапливается опыт человека, как - индивидуальный, так и коллективный. Такова роль чисел и счисления в оценке грека Эсхила, а следовательно, и Прометея.

Пифагор и его последователи открыли много диковинного и даже таинственного в мире чисел.

К ним восходит *великая магия чисел, которая якобы управляет миром*. К их кабалистике нет-нет да и обращаются ученые даже в наше время.

Так, свой труд - классическую работу по инженерной психологии, Дж. А. Миллер назвал, можно сказать, оригинально: «*Магическое число семь плюс минус два. О некоторых пределах нашей способности перерабатывать информацию*».

Действительно, кто скажет, почему у французов самая сильная клятва «крепко, как семь», у греков - семь чудес света и семь мудрецов? Почему счастливый человек чувствует себя на седьмом небе, а по русским пословицам «семеро одного не ждут», «у семи нянек дитя без глазу», «семь раз отмерь»?...

В заключении Дж. Миллер возвращается к тому, с чего начал: «...Как же обстоит дело с магическим числом 7? Что можно сказать о 7 чудесах света, о 7 морях, о 7 смертных грехах, о 7 дочерях Атланта - Плеядах, о 7 возрастах человека, 7 уровнях ада, 7 основных цветах, 7 тонах музыкальной шкалы или о 7 днях недели? Что можно сказать о семизначной оценочной шкале, о 7 категориях абсолютной оценки, о 7 объектах в объеме внимания и 7 единицах в объеме непосредственной памяти?».

Сюда же можно добавить выражение - «книга за семью печатями», содержание которой

трудно поддается осмыслению и доступно только знатокам.

Логически завершая свою работу, Миллер пишет: «Вероятно, за всеми этими семерками скрывается нечто очень важное и глубокое, призывающее нас открыть тайну. Но я подозреваю, что это злое пифагорейское совпадение» [1].

Итак, вопрос о том, имеем ли мы дело с объективной реальностью или мистикой, когда рассуждаем о роли семерки или иного числа с «магическими свойствами», ученый оставляет открытым.

Но вернемся к «нашим» древним грекам, заложившим основы современной науки о числе. Современником и другом Архимеда остроумнейшим человеком был Эратосфен. К числу его изобретений относится так называемое «**решето Эратосфена**», решето - «просеивающее» числа и позволяющее отобрать из них простые. По сути дела - это был первый в мире **алгоритм - свод правил, строго следуя которым непременно получишь верный результат**: располагая ряд чисел в их натуральной (естественной) последовательности, начиная с единицы и вычеркивая из него все числа после двойки - через одну цифру, после тройки - через две, после четырех - через три цифры и т.д. Таким образом, останутся только **простые числа**, т.е. такие числа $p \geq 1$, которые делятся только на себя p и на единицу.

Эратосфеново решето поработало на исследователей далеко не простых **простых чисел** - с древнейших времен до Чебышева и даже до наших дней.

Так, в современной литературе по **теории чисел**, или «**высшей арифметике**» как ее иногда называют профессионалы, алгоритм поиска простых чисел по методу решета Эратосфена приводится, как правило, в начале изложения материала [2].

Разработкой основ теории чисел занимались такие корифеи математики, как Эйлер, Гаусс, Лежандр, Чебышев и его ученик - Золотарев, а также всем известный Ферма.

Так, Гаусс в свое время писал о теории чисел: «**Высшая арифметика предлагает нам неиссякаемый запас интересных истин - истин, которые не стоят изолированно, а соединены глубокими внутренними связями и между которыми по мере увеличения нашего знания мы постоянно открываем все новые и иногда полностью неожиданные связи**».

В теории чисел - фундаменте математики, хоть и недостроенном и стоящем где-то особняком от могучего храма высшей математики, в чем не раз убеждались ученые, казалось бы случайные, побочные результаты кажущихся бесполезных работ в этой области порождают новые методы исследования природы, открывают истинный смысл научных законов.

Одной из определяющих теорию чисел основ является **закон распределения простых чисел в натуральном ряду** чисел. Поведение множества простых чисел во множестве натуральных чисел казалось бы не связано с уже известными законами природы. Хотя природа и не играет с нами в прятки и из всех возможных решений выбирает наиболее простые, экономные (**принцип наименьшего действия**), наиболее логичные, но в случае простых чисел, множество которых **бесконечно**, а поведение на числовой оси взбалмошное - найти для них закон оказалось не так то просто.

Началом аналитического поиска распределения простых чисел явилась работа Л. Эйлера по доказательству теоремы Евклида о бесконечности простых чисел [3]. Он рассмотрел произведение по всем простым числам p :

$$\prod_p \left(1 - \frac{1}{p^s}\right)^{-1} = \prod_p \left(1 + \frac{1}{p^s} + \frac{1}{p^{2s}} + \dots\right) \quad (1)$$

при $s > 1$. Это произведение сходится, и если его раскрыть, то в силу однозначности разложения натуральных чисел на простые сомножители получается, что оно равняется

сумме ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$, откуда следует *тождество Эйлера* или т.н. *дзета-функция*:

$$\prod_p \left(1 - \frac{1}{p^s}\right)^{-1} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = z(s) \quad (2)$$

при $s > 1$.

Это тождество и его обобщения играют фундаментальную роль в теории распределения простых чисел. Исходя из него Л. Эйлер доказал, что ряд $\sum \frac{1}{p}$ и произведение

$\prod \left(1 - \frac{1}{p^s}\right)^{-1}$ по простым p расходятся. Более того, Эйлер установил, что простых чисел «много», ибо $p(x) \sim \ln x$, и в то же время почти все натуральные числа являются составными, т.к. $p(x)x^{-1} \rightarrow 0$ при $x \rightarrow \infty$.

Далее значительного успеха достиг П.Л. Чебышев [4], который в 1851-52 доказал, что имеются такие две постоянные a и A , что :

$$a < \frac{x}{\ln x} < p(x) < A \frac{x}{\ln x} \quad (3)$$

где

$$a > \frac{\ln 2}{2} \quad \text{и} \quad A < 2 \ln 2, \quad \text{при любых } x \geq 2, \quad (\text{т.е. что}$$

растет, как функция $x / \ln x$).

Хронологически следующим значительным результатом, уточняющим теорему Чебышева, является [3] т.н. асимптотический закон распределения простых чисел (Ж. Адамар, 1896, Ш. Ла Валле Пуссен, 1896), заключающийся в том, что предел отношения $p(x)$ к $x / \ln x$ равен 1. Исследование по сужению колебаний $p(x)$ около $x / \ln x$ было непосредственно продолжено также целым рядом математиков: Сильвестром, Ивановым и Станевичем. Вообще говоря, формула Чебышева дает заниженные значения количества простых чисел в сравнении с их фактическим количеством при заданном x . Казалось бы, что при $x \rightarrow \infty$ формула Чебышева даст истинное значение простых чисел. Но пройдет не более полстолетия после опубликования формулы Чебышева и английский математик Литлвуд докажет, что в ряду целых чисел существует некое число, около которого числа Чебышева оказываются уже не меньше, а больше действительного количества простых чисел.

Еще через два десятка лет это таинственное число нашли. Оно больше всех известных науке чисел - гигантов и выглядит так [1]:

$$N \approx 10^{10^{34}}$$

Это так называемое число Скьюиса.

В свое время Эйлер сформулировал теорему: от какого угодно числа a вплоть до его удвоения $(2a)$ существует хоть одно простое число. Используя метод решета Эратосфена он пытался разработать общий метод подсчета количества простых чисел в

рассматриваемом распределении простых чисел в натуральном ряду. Но найти ее Эйлеру не удалось [5]. Теорему переоткрыл Бертран в виде своего знаменитого постулата, который был доказан Чебышевым. Наиболее точные результаты по дальнейшему уточнению постулата Бертрана были получены Н.Г. Чудаковым на основании исследований Гогейзеля и И.М. Виноградова [6, 7, 8]. Глубокие идеи Римана о тесной связи закона распределения простых чисел с законом расположения нетривиальных нулей дзета-функции $z(s)$ в комплексной плоскости явились шагом вперед по отношению к первой работе П.Л. Чебышева и полностью покрыли ее идейное содержание.

Но прошло уже более восьмидесяти лет после удачной на первых порах реализации идей Римана математиками Ж. Адамаром, Ш. Валле Пуссенном, Мангольтом и другими, но никакого сужения критической полосы, хотя бы на e , не последовало, несмотря на усилия многих очень сильных математиков. А «спасительную» формулу для нахождения простых чисел так никто и не нашел.

I. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Требуется определить характер поведения количества простых чисел $p(x)$ в натуральном ряду чисел x при $x \rightarrow \infty$. Найти отличия и связь с другими числами, а также - провести аналитическое исследование полученных соотношений.

Обобщить результаты исследования на весь натуральный ряд чисел, сформулировать вопросы для дальнейшего углубленного рассмотрения путей решения поставленной проблемы.

Индуктировать полученные результаты на математику, основывающуюся в своих методах на счислении, - на естествознание, оперирующее абстрактными образами и приемами математики в исследовании окружающей природы научными методами. Сформулировать принцип адекватности абстрактного математического мышления человека, использующего счисление, измерение - как достоверный инструмент познания Природы, - объективным законам развития Природы.

II. ОСНОВАНИЕ МЕТОДА ПОИСКА ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ С ПОМОЩЬЮ «РЕШЕТА» БАЯНДИНА

Пожалуй теория чисел - единственный раздел математики, допускающий экспериментальное исследование непосредственно изучаемого объекта. В последние годы с ростом мощности и доступности ЭВМ все большую роль в работе математиков стал играть эксперимент, бывший до недавнего времени почти безраздельной вотчиной физики, химии и других естественных наук. Математики получили возможность выдвигать новые гипотезы, на основе результатов быстрой компьютерной обработки огромных массивов. Порой при этом проявляются закономерности, которые вряд ли можно было обнаружить в «добрые старые времена» [8].

Вместе с тем, не потерял актуальности метод анализа статистического и экспериментального материала на предмет выявления закономерностей.

2.1 Свойство многозначных чисел иметь цифровой корень или, по-другому - инвариант, известно с древних времен. В частности, это свойство чисел используется в практической магии чисел и по сей день для, якобы, определения характера, судьбы и пр. человека. Суть этого свойства многозначных чисел сводится к следующему:

- если складывать в произвольном порядке цифры целого многозначного числа друг с другом до получения в итоге однозначного числа, то результат сложения всегда будет один и тот же, т.е. - конечный результат сложения всех цифр этого числа и будет называться инвариантом;

- количество инвариантов для всех многозначных произвольных чисел равно девяти (9).

Пример:

1. $5871036 \rightarrow 58+7+10+36=111 \rightarrow 1+11=12 \rightarrow 1+2=3$,
 $5871036 \rightarrow 5+871+0+3+6=885 \rightarrow 88+5=93 \rightarrow 9+3=12 \rightarrow 1+2=3$, т.е.
цифра 3 есть инвариант числа 5871036.
2. $39016395 \rightarrow 39+0+16+395=450 \rightarrow 4+50=54 \rightarrow 5+4=9$,
 $39016395 \rightarrow 3+90+1+63+9+5=171 \rightarrow 17+1=18 \rightarrow 1+8=9$ и здесь цифра 9 -
инвариант числа 39016395.
3. Для множества целых чисел натурального ряда инвариантами являются девять цифр:
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Легко также заметить, что добавление (сложение) цифры 0 и 9 не изменяют значения инварианта. Поэтому, при подсчете инварианта произвольного числа указанные цифры отбрасывают.

Обобщая свойства числа 9 можно сказать, что сложение и вычитание любого произвольного многозначного числа с числом 9 не изменяют его (многозначного числа) инварианта.

Более того, число 9 является периодом для инварианта целого числа в десятичной системе счисления. Т.е., если записать результат деления произвольного целого числа на число 9:

$$N = 9 * (k + m) \quad (4)$$

где k - целая часть, а m - мантисса полученного числа, то k характеризует количество периодов повторения инварианта для числа N , а произведение $9 * m = Inv$ - является инвариантом числа N .

Очевидным следствием периодичности инварианта числа является утверждение, что : *любое число делится на число 9 без остатка, если перед делением из делимого вычесть инвариант этого числа.*

2.1.1. *Используя указанное выше правило и данные таблиц простых чисел, например [2], найдем, что простые числа характеризуются всего шестью инвариантами, это:*

$$Inv.: \quad 1, \quad 2, \quad 4, \quad 5, \quad 7, \quad 8.$$

2.2. Анализ тех же экспериментальных таблиц простых чисел показывает, что окончания (цифра младшего разряда числа) простых чисел образуются нечетными числами (в силу их определения) и представляют собой строго чередующийся (по порядку следования окончаний) ряд с периодом равным десяти (10) для однозначной цифры окончания :

$$b_i : \quad (3, 1, 9, 7); \quad (3, 1, 9, 7); \quad (3, 1, 9, 7); \dots$$

для которых справедливо выражение -

$$N = b_i + 10n \quad (5)$$

где n - количество периодов повторения окончания b_i простого числа.

2.3. Из сравнения выражений (4) и (5) для простых чисел следует рекуррентное выражение:

$$N = Inv._j + 9k = b_i + 10n \quad (6)$$

2.4. Период следования простых чисел с одинаковыми **окончаниями** и **инвариантами** равен

$$\frac{N - Inv.j}{n} = T = 90 \quad (7)$$

где n – число периодов и $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ - натуральный ряд чисел .

2.5. Число три (3) имеет окончание 3 как и у простых чисел, но инвариант 3 - отсутствует у простых чисел, напротив, у числа 5 имеется необходимый инвариант простых чисел, равный 5, но у простых чисел нет окончаний на 5. Поэтому числа 3 и 5 не могут относиться к ряду простых чисел в этом представлении.

Число 2 - четное и к тому же имеет инвариант и окончание, отличные от простых, поэтому оно в дальнейшем не рассматривается как простое.

Число 1 обладает всеми свойствами простых чисел, но отличается от всех простых чисел математическим свойством, а именно: $1 = 1^{-n}$, вследствие чего оно не рассматривается в дальнейшем исследовании.

Таким образом, число семь (7) является первым числом ряда простых чисел.

2.6. Свойства (п.2.1.1. и п.2.2) простых чисел, объединенные вместе, образуют элементарную ячейку - матрицу размещения простых и составных из простых сомножителей чисел. Для одной матрицы этот признак можно записать так:

$$\sum_{j=1}^{j=6} j \times \sum_{i=1}^{i=4} i = 24 = const = b \quad (8)$$

где постоянная $b = 24 = const$ характеризует количество простых и составных из простых сомножителей (начиная с числа 7) чисел в элементарной ячейке - матрице, назовем ее **постоянной матрицы (4 × 6)** содержащей 4 строки и 6 столбцов элементов - чисел (в произведении сумм выражения (8) j и i как числовые количественные символы соответственно для $Inv.j$ и b_i).

2.7. Учитывая свойство периодичности простых чисел по инвариантам и окончанием, св. П. 2.4., для n периодов повторения, т.е. для

$$n = x / T = x / 90 \quad (9)$$

запишем:

$$\Theta(x) = n \times \left(\sum_{j=1}^{j=6} j * \sum_{i=1}^{i=4} i \right) = 24n = const = b \cdot n \quad (10)$$

где x - рассматриваемое текущее целое число натурального ряда;

$\Theta(x)$ – количество простых и составных из простых сомножителей чисел (начиная с числа 7) в натуральном ряду чисел.

Подставляя в выражение (10) соотношение (9) получим:

$$\Theta(x) = \frac{x}{T} \times \left(\sum_{j=1}^{j=6} j \times \sum_{i=1}^{i=4} i \right) = \frac{b \cdot x}{T} = \frac{24x}{90} = h \cdot x \quad (11)$$

где новая постоянная $h = \frac{24}{90} = 0,26666666\dots = const$ характеризует относительное количество простых и составных из простых сомножителей (начиная с числа 7) чисел

в натуральном ряду чисел, или в процентах - 26, 666% от всего количества чисел. Назовем эту постоянную - *структурной постоянной*, как величину, определяющую структурное деление натурального ряда на множество составных и простых чисел. Результаты исследований множества чисел натурального ряда с выделением периодичности размещения простых чисел представлена на рис.1:

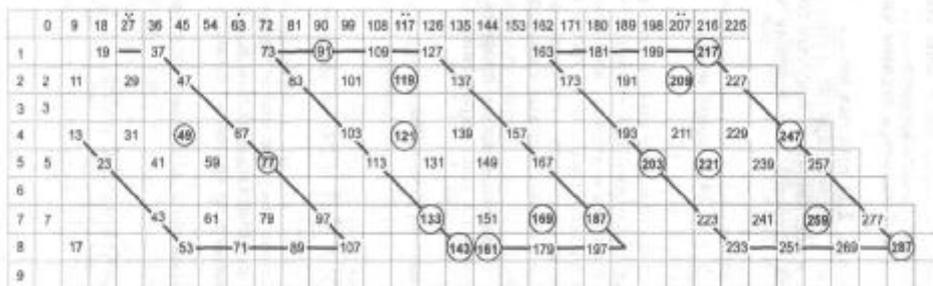


Рис. 1.

рис.1.

Если вырезать элементарные ячейки-кластеры размером (4 × 6) чисел и склеить кластеры в порядке возрастания чисел с периодом, равным 10 для каждого окончания (3, 1, 7, 9), то в результате сворачивания в спираль получим периодическую конструкцию для простых чисел, замечательную тем, что простые числа следуют одно за другим в виде четырех параллельных «цепочек»:

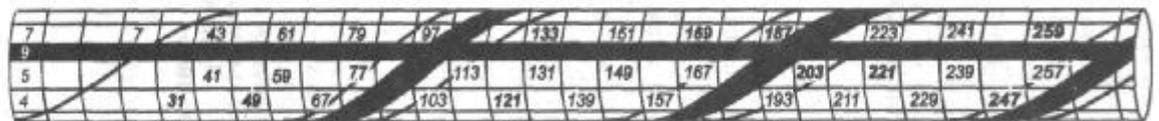


Рис. 2.

рис.2.

2.8. Краткие выводы:

2.8.1. Условия **п.2.1.1** и **п. 2.2.**, выделенные мной жирным курсивом являются необходимыми и достаточными условиями для нахождения простых чисел и составных чисел из простых, начиная с семерки и, таким образом, являются новым, более эффективным математическим инструментом («решетом») для простых чисел.

2.8.2.Ряд простых чисел с указанными в п.3.1. свойствами ряда начинается с числа **7**.

2.8.3. В отличие от «решета» Эратосфена, где необходимо последовательно, в течение какого-то времени вычеркивать по определенному алгоритму непростые числа (даже с помощью ЭВМ), причем по несколько раз одни и те же, тем самым затрудняя получение окончательного результата - в нашем случае эта процедура полностью исключается. Для простых и составных из простых чисел, начиная с числа семь существует

одна - единственная матрица размером 4 на 6 чисел для размещения этих чисел. Таким образом, в силу периодичности ($T=90$) простых и составных из простых чисел для анализа распределения простых чисел достаточно одной матрицы на 24 числа.

2.8.4. Впервые обнаружено в поведении простых чисел в натуральном ряду их закономерное периодическое изменение: сведение бесконечного к конечному путем выявления периодических свойств.

2.8.5. Выявление периодичности простых чисел позволило найти постоянные простых чисел: g - постоянную матрицы и h - структурную постоянную.

III. ФОРМУЛИРОВКА ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ НА ЧИСЛОВОЙ ОСИ НА ОСНОВАНИИ ВЫЯВЛЕННЫХ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ.

3.1. Из формулы (11) раздела II :

$$\Theta(x) = h \cdot x \quad (12)$$

следует, что общее количество простых и составных из простых сомножителей чисел, начиная с числа 7, находится довольно просто. Но в 26,666% от всех натуральных чисел входят и составные числа из простых сомножителей, отделить которые от простых необходимо для выяснения истинной картины распределения простых чисел. Как мы уже установили, в одной ячейке - матрице находятся 24 числа со строго определенными свойствами: шестью инвариантами 1, 2, 4, 5, 7, 8 и четырьмя окончаниями 3, 1, 7, 9. Что символично можно записать так:

$$24 = N_p + N_s \quad (13)$$

и для n периодов повторения :

$$\Theta(x) = h \cdot x = 24n = n \times (N_p + N_s) = \sum_{k=1}^{k=n} N_{p,k} + \sum_{k=1}^{k=n} N_{s,k} = p(x) + q(x) \quad (14)$$

где: N_p - количество простых чисел и N_s - количество составных в одной ячейке - матрице;

- $p(x)$ - количество простых чисел меньших заданного натурального числа x ;

- $q(x)$ - количество составных чисел при аналогичных условиях.

Преобразуем выражение (14) к следующему виду:

$$h = \frac{p(x)}{x} + \frac{q(x)}{x} = P_o(x) + Q_o(x) = const \quad (15)$$

где: $P_o(x)$ и $Q_o(x)$ - относительное количество простых и составных из простых чисел, соответственно, в натуральном ряду.

Формулу (15) представляет собой **математический закон сохранения** изменяющихся величин относительного количества простых и составных из простых сомножителей чисел при $x \rightarrow \infty$.

Прежде, чем проводить аналитическое исследование полученных соотношений и

приступать к выводу формулы распределения простых чисел в натуральном ряду чисел, необходимо провести анализ закона сохранения, выявить существенные признаки и причины поведения простых чисел в отведенным им стационарным ячейкам .

3.2. Анализ закона сохранения относительных величин простых и составных чисел.

3.2.1. Необходимо отметить, что в отличие от известных законов сохранения, например в физике - закон сохранения энергии: $E = E_{\text{пот.}} + E_{\text{кин.}} = \text{const}$, наш закон сохранения характеризует открытые системы, т.е. системы с постоянным внешним воздействием. Для всего множества чисел постоянным внешним воздействием является непрерывное возрастание их количества . Поэтому, анализ изменения состава чисел по их индивидуальным признакам возможен только лишь при условии анализа относительных величин их количества.

3.2.2. Для дальнейшего анализа закона сохранения относительных величин в открытой системе постоянно образующихся чисел требуется систематизировать имеющиеся и выявленные новые свойства простых чисел.

3.2.2.1. Все числа натурального ряда , включая простые числа, изначально независимы друг от друга, имея непосредственную жесткую связь только с предыдущим и последующим числом (отличаясь на единицу) по определению.

С увеличением количества чисел появляются новые качественные изменения, а именно - дополнительные связи. Так, простые числа , только лишь «появившись на свет» коммутируют между собой (перемножаются друг с другом) образуя т.н. составные числа из простых сомножителей. Т.е., другими словами: количество переходит в новое качество.

Систематизируем свойства простых чисел и составных чисел из простых сомножителей - тоже простых чисел в виде таблицы сравнения:

Таблица 1

Свойства чисел	Простые числа	Составные из простых сомножителей числа
Четность	нечетные	нечетные
Окончания, цифра в младшем разряде, b_i	3, 1, 7, 9	3, 1, 7, 9
Инвариант, Inv_j	1, 2, 4, 5, 7, 8	1, 2, 4, 5, 7, 8
Расположение	Матрица 4×6	Матрица 4×6
Период повторения, $Inv_j = \text{const}$, $b_i = \text{const}$	T = 90	T = 90
Первое число	7	$49 = 7 \times 7$
Причинность:	Причина в начале, следствие в развитии	Следствие в начале, причина в развитии
Количество	∞	∞
Наличие связи друг с другом	Закон обратной связи	Закон обратной связи

Примечание: Здесь уместно сделать небольшое отступление, чтобы яснее представить себе взаимосвязь простых чисел с составными числами из простых сомножителей.

Во-первых, как мы уже отметили выше, закон сохранения для простых чисел характеризует взаимосвязь простых и составных чисел в открытой системе. Под открытой системой для чисел мы имеем ввиду математическую систему с функциональной зависимостью количества чисел в любом исследуемом участке (выборки) от их общего количества, т.е. -от их прошлого, а также - как систему с непрерывным развитием количественных и качественных сторон в будущем.

Только в открытых системах возможно прогрессивное развитие. И только в прогрессивном развитии возможно разделение причины и следствия во времени на значительные промежутки. Т.к. только приток, в общем случае, энергии (в частности - приток чисел) дает возможность системе прогрессивно развиваться. Саморегулирование в системе позволяет ей сохранять устойчивое состояние в динамических внешних условиях.

Подразделение материальных систем на открытые и замкнутые в принципе очень условно. Замкнутых систем в природе не бывает. Есть только открытые системы, которые в зависимости от скорости протекания внешних воздействий можно условно подразделить на открытые и замкнутые по этому признаку.

Во-вторых, сложность анализа распределения простых чисел заключается в том, что образуемые путем коммутаций (сочетаний) простых чисел - составные числа находятся в одних и тех же матрицах с простыми числами не только в анализируемом диапазоне чисел, но и в далеком будущем, т.е. коммутации намного превышают абсолютные значения простых чисел, от которых они образованы. Таким образом, простые числа уже потенциально своим «рождением» запрещают в будущем появлению новых простых чисел в казалось бы отведенных им самой природой ячейках матрицы. В качестве примера на рис. 3 представлены матрицы простых чисел в начале их развития, $n = 2$ и - на значительном удалении, n

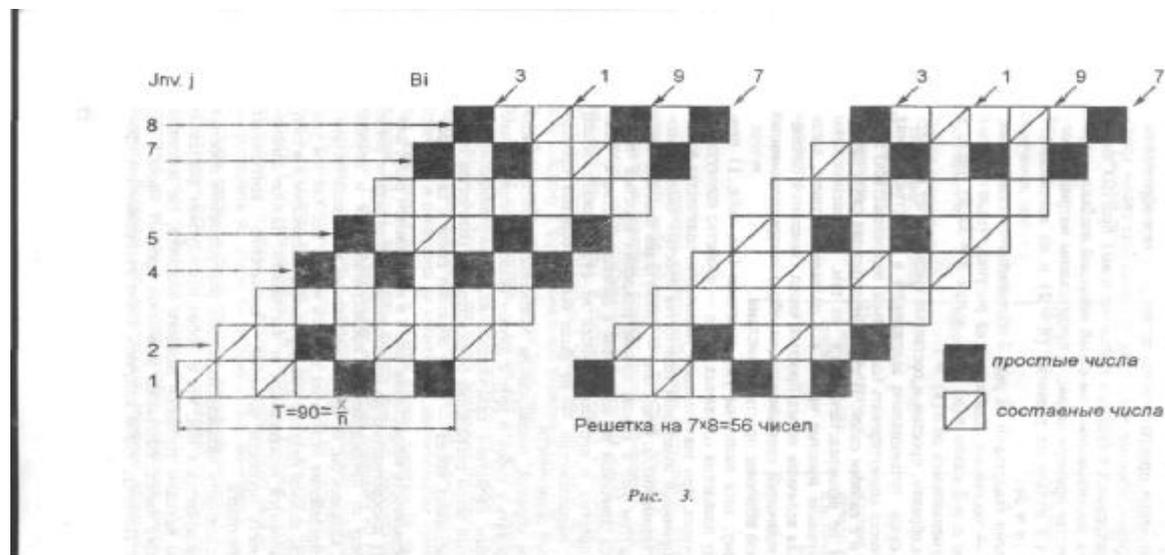


рис. 3

Светлыми кружочками на рис. 3 обозначены простые числа, темными - составные. Как видно из рисунка, число простых чисел при $n = 2$ равно $p(x) = 16$, а при $n = 55$ их число в матрице уменьшилось до $p(x) = 7$.

Таким образом, простые и составные числа имеют количественную связь, потенциально заложенную в свойствах самих простых чисел коммутировать (сочетаться, перемножаться) друг с другом и с самим собой. И эта количественная связь проявляет себя не непосредственно, т.е. не там, где расположены коммутирующие простые числа, а в далеком будущем - когда абсолютная величина новых простых чисел становится соизмеримой с величиной составных чисел, образованных малыми по абсолютной величине простыми числами.

Поэтому, хотя выше мы уже отмечали в Таблице 1 первопричину появления составных чисел - свойство коммутации простых чисел, при значительном увеличении количества чисел главной причиной изменения количества простых чисел становятся составные числа. Следствие - коммутация простых чисел друг с другом уже в самом начале рождения простых чисел, становится причиной их изменения в далеком будущем. Если бы для простых и составных чисел не существовало бы общей матрицы расположения - не было бы их обратно - пропорциональной зависимости.

Таким образом, потенциально заложенное свойство самоуправления с собой и друг с другом является потенциально заложенным свойством самоуправления, самоорганизации. А выявленный закон сохранения относительного количества простых и составных чисел как закон обратной связи и самоуправления.

Непрерывность возрастания чисел в натуральном ряду, диктуемая их дискретностью по определению, т.е. отличим ровно на единицу от предыдущего и последующего как и течение времени казалось бы не может повлиять на закон количественного распределения отдельных классов чисел. Но, как мы уже убедились, далекое будущее уже определено настоящим и в силу этого становится независимым от настоящего. Налицо однонаправленность процесса развития, проявление вентильных свойств будущего.

Вся сложность нахождения закона распределения простых чисел заключается в том, что в любом исследуемом диапазоне чисел мы находим отголоски далекого прошлого, где возникли коммутации чисел, вызвавшие изменение простых чисел в настоящем. Поэтому, **чтобы получить закон распределения простых чисел необходимо найти сначала закон коммутаций (сочетаний) простых чисел, т.е. найти закон распределения составных чисел. И из закона обратной связи - найти закон распределения простых чисел.**

Обыденное знание человека, формирующееся на причинно-следственных связях с окружающим миром, воспринимает окружающий мир как есть - в настоящее время. Объективное отсутствие глубинного знания прошлого вырабатывает у человека косность мышления, субъективность в оценке настоящего и будущего. Как правило, человек видит в настоящем только цепь сменяющих друг друга причин и следствий. Даже законы, которые открывает человек, содержат в себе как правило только мгновенное действие причин и мгновенное получение следствий. Поэтому очень важно в настоящем увязать далекое прошлое и увидеть зачатки причин изменения далекого будущего.

Подытоживая небольшое отступление от непосредственной темы можно коротко сказать о числах:

«Если простые числа действуют на числовой сцене здесь и сейчас, то составные числа из этих простых - в далеком будущем и совсем на другой числовой сцене.»

IV. НОВЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ДЛЯ АНАЛИТИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ПРИБЛИЖЕННЫХ ФУНКЦИЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ.

Новый математический «инструмент» в теории чисел - закон ДИНАМИЧЕСКОГО СОХРАНЕНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ВЕЛИЧИН (обратной связи простых чисел с составными) дает возможность аналитического исследования приближенных функций распределения простых чисел в совокупности с симметричными им функциями распределения составных чисел. Взаимосвязь указанных чисел позволяет проанализировать характерные экстремальные точки функций, определяющие состояние функционального развития этих чисел.

Поэтому, на примере приближенной функции Чебышева П.Л. и закона обратной связи простых чисел (ОСПЧ) определим значения этой функции:

- при равенстве количества простых чисел количеству составных из простых;
- в особых точках, симметричных относительно точки пересечения (равенства) функций.

В случае подтверждения обратно пропорциональной зависимости этих функций в особых точках - подтвердится положение об инверсии причины и следствия и - разрешится вопрос о характере поведения функций на «бесконечности»:

- анализ изменения соотношения функций распределения простых и составных чисел от точки «перегиба» - равенства их значений, до момента их появления на числовой оси (т.е. возвращение назад - в исходную точку) через обратно пропорциональную зависимость даст полное представление о характере изменений этих функций на «бесконечности».

4.1. Исследование интегральных функций $p(x)$ и $q(x)$ и их первых производных функций $f(x)$ и $j(x)$ соответственно.

Чебышевым П.Л. в 1851 г. предложена приближенная формула нахождения количества простых чисел $p(x)$, не превышающих заданного значения x из анализа поведения дзета-функции Л. Эйлера:

$$p(x) \approx \frac{x}{\ln x} \quad (16)$$

Для качественной оценки характера поведения простых чисел нам достаточно этой простой приближенной формулы.

Подставим это выражение в закон (ОСПЧ), (14):

$$\Theta(x) = h \cdot x = p(x) + q(x) = \frac{x}{\ln x} + q(x) \quad (17)$$

и, преобразуя (17), получим для составных чисел из простых сомножителей - $q(x)$:

$$q(x) = h \cdot x - \frac{x}{\ln x} = h \cdot x \left(1 - \frac{1}{h \cdot \ln x} \right) \quad (18)$$

Формула (18) несколько занижает количество простых чисел при $x \geq 10^3$, но вполне удовлетворительна в начальном диапазоне развития чисел.

Введем в формуле (18) сомножитель a к $\ln x$, как корректирующий коэффициент $a = 0,879748$, полученный из экспериментальных результатов: - при $x \leq 5040$, $\Theta(x) = 1344$ и $p(x) = q(x) = 672$. Тогда получим приближенную формулу для анализа в диапазоне размещения простых чисел $10^3 \leq x \leq 10^4$:

$$q(x) = h \cdot x \left(1 - \frac{1}{a \cdot h \cdot \ln x} \right) \quad (19)$$

Найдем первые производные для $p(x) = \frac{x}{a \ln x}$ и $q(x)$, формулы (18) и (19):

$$1) p_1'(x) = \frac{1}{\ln x} \left(1 - \frac{1}{\ln x} \right), \quad p_{22}'(x) = \frac{1}{a \ln x} \left(1 - \frac{1}{\ln x} \right) \quad (20)$$

$$2) q_1'(x) = h - \frac{1}{\ln x} \left(1 - \frac{1}{\ln x} \right), \quad q_2'(x) = h - \frac{1}{a \ln x} \left(1 - \frac{1}{\ln x} \right) \quad (21)$$

4.1.1. Для первых производных рассчитаем особые точки, где:

$$1) p'(x) = q'(x), \text{ т.е. } \frac{1}{\ln x} \left(1 - \frac{1}{\ln x} \right) = h - \left(1 - \frac{1}{\ln x} \right) \frac{1}{\ln x} \text{ и } \ln x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1-2h}}{h},$$

при этом выполняется равенство $\frac{1}{\ln x} \times \left(1 - \frac{1}{\ln x} \right) = \frac{h}{2} = 0,13333$.

$$2) q'(x) = 0,$$

$$3) \frac{1}{\ln x} = 1 - \frac{1}{\ln x}.$$

Для функций $p(x)$ и $q(x)$ найдем аналогичные точки:

$$1) p(x)/h \cdot x = q(x)/h \cdot x, \text{ т.е. } \frac{1}{h \cdot \ln x} = 1 - \frac{1}{h \cdot \ln x} \text{ и } \ln x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1-2h}}{h^2},$$

и также выполняется равенство
$$\frac{1}{h \cdot \ln x} \times \left(1 - \frac{1}{h \cdot \ln x}\right) = \frac{h}{2} = 0,13333.$$

Результаты расчетов представлены в Таблице 2 и 3 соответственно:

Таблица 2

x	e	$x_1 = 3,28$	e^2	$x_2 = 550,99$
$p'(x)$	h	$h/2 = 0,1333$	0,25	$h/2 = 0,1333$
$q'(x)$	0	$h/2 = 0,1333$	0,01666	$h/2 = 0,1333$
$1/\ln x$	1	0,84156	0,5	0,15843
$1 - \frac{1}{\ln x}$	0	0,15843	0,5	0,84156

Таблица 3

x	86	4999	19×10^9	
$p(x)$	19,33	666	$0,802 \times 10^9$	
$q(x)$	3,6	667	$4,260 \times 10^9$	
$1/h \cdot \ln x$	0,84156	0,5	0,15843	
$1 - 1/h \cdot \ln x$	0,15843	0,5	0,84156	

На рисунке 4 представлены график изменения функций, исследованных выше:

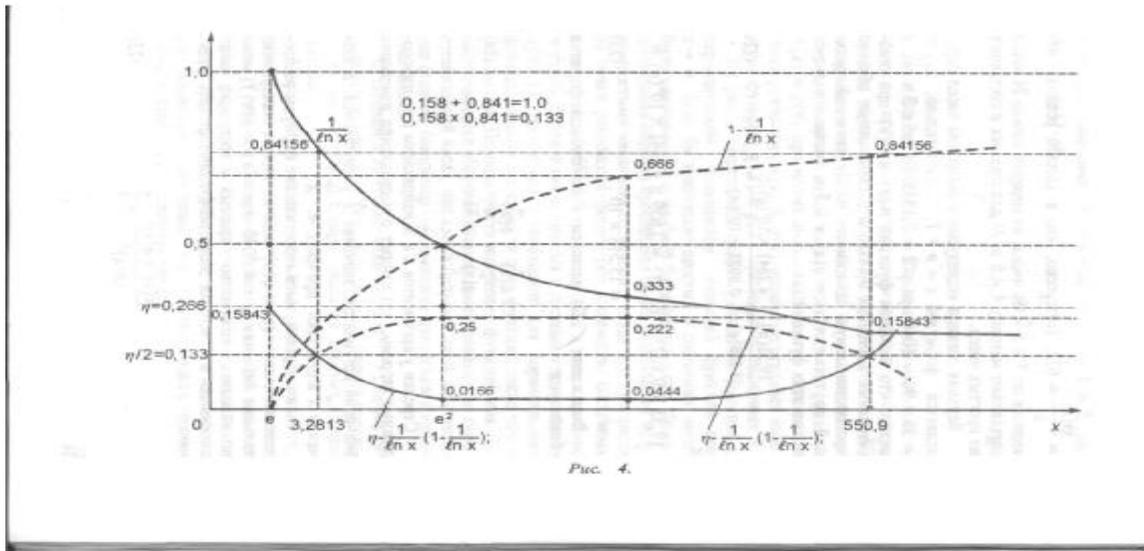


рис. 4

Когда значение x становится равным 4999, что соответствует $\Theta(x) = h \cdot x = 0.26666 \times 4999 = 1333$, количество простых чисел становится равным 666, а - составных 667. Т.е. - это место на числовой оси характеризует как примерное равенство простых и составных чисел, так и - первое превышение количества составных над количеством простых чисел ровно на единицу.

Функции $p(x)$ и $q(x)$ достигают относительного значения 0,5 ($\max = 1$) ровно за $n = 56$ периодов по $T = 90$ чисел при $x = 5040$. При этом

$$p(x) = q(x) = \frac{\Theta(x)}{2} = 672. \text{ Что интересно, в каждой решетке находится по}$$

$7 \times 8 = 56$ чисел, из которых только 24 числа составляют матрицу $4 \times 6 = 24$ для простых и составных из простых чисел.

Верхняя граница исследуемого диапазона чисел определяется формулой : $x = n \times T$, то $x_{0,5} = 56 \times 90 = 5040$ при $h/2 = 0,1333$. Из Таблицы 3 и графика, рис.4 видно, что значения функций $p(x)$ и $q(x)$ при относительных значениях 0,84156 и 0,15843, имеют обратно пропорциональную зависимость малых значений функций до точки $p(x) = q(x) = 0.5$ с большими значениями этих функций:

$$\frac{19.33(p)}{3.639(q)} = \frac{4.2641 \times 10^9(q)}{0.8027 \times 10^9(p)} = 5,31189 \quad (22)$$

$$\text{и } 19,33 \times 0,8027 \times 10^9(p) = 3,639 \times 4,2641 \times 10^9(q) = 15,518 \times 10^9. \quad (23)$$

Выражение (22) запишем в символьной форме в общем виде:

$$\frac{p(\vec{x})}{q(\vec{x})} = \frac{p(\vec{X})}{q(\vec{X})} \quad (24)$$

Стрелки у аргументов \vec{x} и \vec{X} направлены в противоположные стороны, что говорит о направлении изменения значений аргументов: значения \vec{x} уменьшаются, а

значения \dot{X} возрастают. Причем, $\dot{x} \ll \dot{X}$.

Таким образом, имея теоретические формулы распределения чисел $p(x)$ и $q(x)$, либо их точные экспериментальные значения до $x \leq 5040$ (где $p(x) = q(x)$), можно находить количество простых и составных чисел вплоть до $x \rightarrow \infty$. Для этого необходимо решить уравнение :

$$\frac{p(x) \times q(x)}{(h \cdot x)^2} = \frac{h}{k} \quad (25),$$

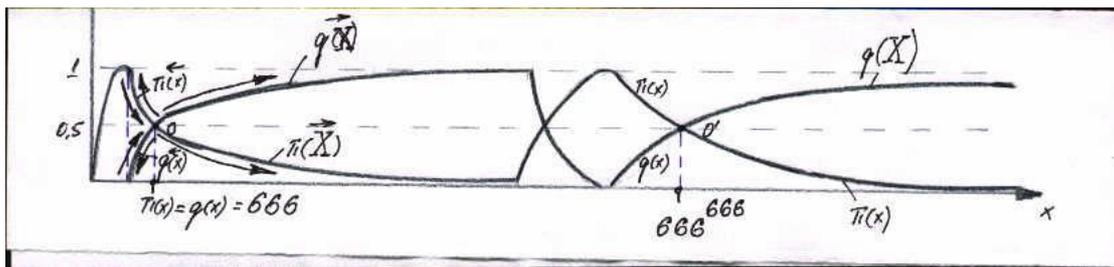
где значение k задается от ∞ до $k = 2$, где $p(x) = q(x)$,

а

$$\ln x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \frac{h}{k}}}{\frac{2h^2}{k}} \quad (26).$$

4.1.2. В связи с изложенным выше материалом и полученной обратно пропорциональной зависимостью отношений простых чисел к составным при малых значениях

$x \leq 80$ и значениях $x \gg e^{6,31173/h} = 19 \times 10^9$ можно сделать вывод, как и предполагали выше в Примечании, что поведение функций $p(x)$ и $q(x)$ при малых значениях x до т.н. точки равновесия : $p(x) = q(x)$ полностью отражает поведение функций $p(X)$ и $q(X)$ при больших значениях X .



На рисунке 5 представлен график указанных функций с периодическим изменением значений функций при $x \rightarrow \infty$. Если бы множество простых и составных чисел было конечным, то и не было бы периодичности. Функциональная обратно пропорциональная зависимость между простыми числами и составными, когда простые числа до точки равновесия формируют количество составных чисел, с равное 666^{666} (об этом см. ниже), а также наличие жесткой обратной связи простых и составных чисел (формула 15) достаточно и необходимо для формирования функциональной зависимости этих функций после точки равновесия. Периодичность изменения функций как раз обеспечивается обратной связью, самоуправлением, самоорганизацией чисел. Что дает в будущем лишь качественное отличие (например - единицами измерения количества чисел).

Получается, что микрокосм управляет макрокосмом, а причина и следствие разнесены от точки равновесия в противоположные стороны на необозримые для человеческого понимания величины.

Получается, что в мире как и в числах нет «тупой» бесконечности, а есть только

обусловленная периодичность изменения физических процессов. Вот и получается спираль развития мира, как спираль с увеличивающимся диаметром витков у фундаментальных чисел - простых чисел.

4.2. Теперь остановимся на обосновании числа 666^{666}

Сформулированная задача тесно переплетается с проблемой определения количества составных чисел из простых сомножителей.

Число 666 в нашем случае характеризует точку равновесия между количеством простых чисел и составных. И так как выше было показано, что 666 простых чисел формируют ряд простых и составных чисел после точки равновесия, то интересно рассмотреть количество всех возможных сочетаний этих простых чисел с исключением повторных составных чисел.

Имеем 666 рядов простых чисел, каждый ряд содержит 666 членов, что соответствует последнему простому числу 4999:

1.	7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31...	...4999
2.	7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31...	...4999
3.	7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31...	...4999
4.	7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31...	...4999
5.	7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31...	...4999
6.	7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31...	...4999

666. 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31... ...4999

Повторными составными числами будем считать такие сочетания простых чисел, которые уже имели место при первичном размещении, так, например:

умножим ряд под номером 2. на ряд под номером 1.:

$7*7$, $7*11$, $7*13$, $7*17$, и т.д.

$11*7$, $11*11$, $11*13$, $11*17$ и т.д.

$13*7$, **$13*11$** , $13*13$, $13*17$ и т.д.

Жирным шрифтом выделены повторные составные числа, которые необходимо исключить при подсчете:

Несложным путем можно получить рекуррентные соотношения для такого рода сочетаний. Результаты расчета представлены в виде упорядоченного множества чисел, расположенных в виде симметричного ромба:

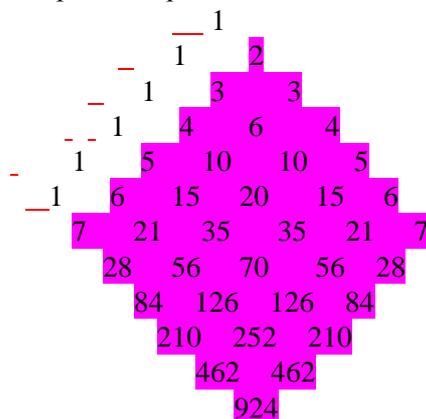


рис. 6 Ромбический алгоритм для нахождения количества составных чисел

В качестве примера взят ряд с семью простыми числами: количество сочетаний, т.е.

количество составных чисел от перемножения семи рядов находится как общая сумма чисел ромба, рис.6.

Нетрудно заметить, что верхняя треугольная часть ромба похожа на треугольник Блеза Паскаля, правда с отсутствием ряда единиц по правой грани треугольника: каждое число ромба, стоящее на строчку ниже образовано путем суммы стоящих вместе над ним двумя числами.

Представляется возможным воспользоваться разработанной техникой подсчета сумм горизонтальных рядов не вдаваясь в подробности идентичности биномиальных коэффициентов с коэффициентами ромба, используя для суммы ряда чисел вместо 2^n выражение $2^n - 1$.

Следуя этому алгоритму, можно утверждать, что последнее сочетание матрицы 666 рядов из 666 чисел будет число 666^{666} , характеризующее количество простых чисел, равных количеству составных чисел

V. АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РЯДА ПРОСТЫХ И СОСТАВНЫХ ИЗ ПРОСТЫХ СОМНОЖИТЕЛЕЙ ЧИСЕЛ.

Как уже отмечалось в данной работе, задача поиска количества простых чисел при заданном натуральном $x \leq X$ сводится к задаче - от «противного», другими словами - к поиску количества составных чисел.

Для дальнейшей работы с рядом чисел, состоящим из простых чисел и составных чисел из простых сомножителей: $\Theta(x) = h \cdot x = 0,2666 \times x$, необходимо определить их счетность. Т.е. необходимо доказать возможность сопоставления указанного ряда чисел множеству чисел натурального ряда и определить соответствие чисел натурального ряда числам ряда простых и составных.

5.1. Натуральный ряд чисел и ряд чисел $\Theta(x) = h \cdot x$ простых и составных чисел. В каждом периоде $T=90$ натуральных чисел имеется 24 числа из ряда простых и составных из простых сомножителей чисел.

Выпишем первые 24 числа указанного ряда:

$$\begin{aligned} &7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, \\ &37, 41, 43, 47, 49, 53, 59, 61, \quad (28) \\ &67, 71, 73, 77, 79, 83, 89, 91. \end{aligned}$$

Все числа в порядке возрастания специально сгруппированы в три группы по 8 чисел, имеющих одинаковые окончания. Как видно, каждый столбец указанной таблицы чисел можно представить следующей рекуррентной формулой:

$$p_i + 30n \quad (29)$$

где : $a_i = 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31$ это восемь первых чисел указанного ряда, $n = 1, 2, 3, \dots$. Т.е. 8 простых чисел с периодом, равным 30. Отношение же числа 8 к числу 30 тоже дает постоянную $h = \frac{8}{30} = \frac{24}{90} = 0,266666\dots$.

Необходимо отметить, что произведение постоянной h на любое из ряда простых и составных чисел дает число натуральное плюс остаток r_i :

$$(1+0,866), (2+0,933), (3+0,466), (4+0,533), (5+0,066), (6+0,133), (7+0,733), (8+0,266),$$

$$\begin{aligned}
 & (9+0,866), (10+0,933), (11+0,466), (12+0,533), (13+0,066), (14+0,133), (15+0,733), (16+0,266), \\
 & (17+0,866), (18+0,933), (19+0,466), (20+0,533), (21+0,066), (22+0,133), (23+0,733), (24+0,266).
 \end{aligned}
 \tag{30}$$

Для рекуррентной формулы (29) получим:

$$h \times (p_i + 30n) = h \cdot p_i + 8n = n_i + r_i + 8n \tag{31}$$

где n_i : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8;
 r_i соответственно: $0,866=3,25 h$; $0,933=3,5 h$; $0,466=1,75 h$; $0,533=2 h$; $0,066=0,25 h$
 $0,133=0,5 h$; $0,266=h$.

Представим сумму первых восьми членов ряда простых и составных чисел как сумму восьми членов натурального ряда чисел минус $\sum_1^8 r_i = 15 \cdot h = 4$:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = h7 + h11 + h13 + h17 + h19 + h23 + h29 + h31 - 15h,$$

и далее:
$$\sum_{i=1}^{i=8} n_i = h \cdot \sum_{i=1}^{i=8} p_i - \sum_{i=1}^{i=8} r_i \tag{32}$$

И т.к. $\sum n = \frac{n(n+1)}{2}$, то (32) в общем виде :

$$h \sum_1^n p = \sum_1^n n + \frac{n}{2} = \frac{n(n+2)}{2} \tag{33}$$

Таким образом видно, что ряд простых и составных из простых сомножителей чисел однозначно сопоставляется с рядом натуральных чисел.

5.2. Для вывода формул, описывающих распределение простых чисел на числовой оси, необходимы обратные величины простых чисел : $1/p_i$.

Назовем ряд , составленный из обратных величин простых и составных из простых сомножителей чисел - квазигармоническим, т.к. каждый член этого ряда равен половине суммы предыдущего и последующего членов не точно, а - приближенно. Тогда, аналогично предыдущему рассуждению представим в виде равенства суммы гармонического (из обратных натуральных целых чисел) и квазигармонического ряда:

$$\sum_1^n \frac{1}{n} = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{p_i} + G \tag{34}$$

Где G - постоянная, которую необходимо найти, чтобы использовать в дальнейшем с математическими возможностями этого равенства.

Постоянная G была найдена двумя способами:

- непосредственный подсчет разности указанных рядов;
- используя выведенную формулу для G через постоянную h :

$$G = \sum_1^k \frac{a}{(8k-7)(8k-7-a)} + \sum_1^k \frac{b}{(8k-6)(8k-6+b)} + \sum_1^k \frac{c}{(8k-5)(8k-5+c)} + \sum_1^k \frac{d}{(8k-4)(8k-4+d)} + \sum_1^k \frac{e}{(8k-3)(8k-3+e)} + \sum_1^k \frac{f}{(8k-2)(8k-2+f)} + \sum_1^k \frac{g}{(8k-1)(8k-1+g)} + \sum_1^k \frac{h}{8k(8k+h)} \quad (35)$$

где: $a = 3,25h$, $b = 3,5h$, $c = 1,75h$, $d = 2h$, $e = 0,25h$, $f = 0,5h$,
 $g = 2,75h$, $h = h$.
 $n = k \times 8$, $k = 1,2,3,\dots$

Значение постоянной G определено расчетным путем для $n = 20\,000$ двумя способами:

а) по фактически полученной разности сумм указанных рядов

$$G = 0,783346 \quad (36)$$

б) по точной формуле

$$G = 0,7834057 \quad (37)$$

Ошибка в определении G двумя способами составила $\eta = 59 \times 10^{-6}$ (для -а)).

Здесь же экспериментально получено подтверждение отношения количества простых и составных из простых сомножителей чисел к количеству чисел натурального ряда для заданного $x \leq X$ равное $h = 0,26666\dots$. Для $n = 16\,000$:

$$\frac{\sum_1^{16 \cdot 10^3} \frac{1}{p} + h \cdot G}{\sum_1^{16 \cdot 10^3} \frac{1}{n}} = \frac{2,5264492 + 0,2088921}{10,25753} = 0,26666\dots = h \quad (38)$$

5.3. Сумма гармонического ряда находится по формуле Л. Эйлера [3]:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_1^n \frac{1}{n} - \ln(n+1) \right) = C \quad (39)$$

где: $C = 0,577215\dots$ - постоянная Эйлера для гармонического ряда чисел.

Используя полученную формулу (34) и рассчитанную постоянную $G = 0,7834057\dots$

выразим сумму квазигармонического ряда $\frac{1}{h} \sum_1^n \frac{1}{p_i}$ через формулу Эйлера:

$$\frac{1}{h} \sum_{i=1}^n \frac{1}{p_i} = \ln(n+1) + C - G = \ln(n+1) + g \quad (40)$$

где $g = C - G = -0,2061907\dots$. Эта постоянная играет ту же роль, что и постоянная Эйлера, но только в сравнении логарифма n с суммой квазигармонического ряда.

На рисунке 7 представлен график изменения исследованных рядов и логарифма $\ln(n+1)$:

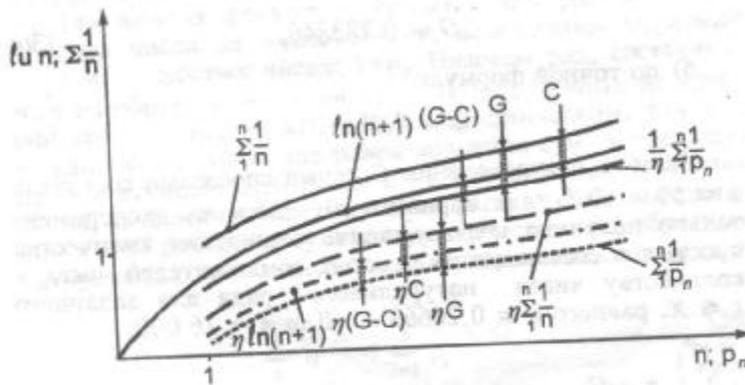


Рис. 7.

рис. 7

VI. ФОРМУЛА И АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ КОЛИЧЕСТВА СОСТАВНЫХ ЧИСЕЛ, КОЛИЧЕСТВА ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ В РЯДУ $Q(x)$

6.1. Ряд простых чисел $p(x)$ и составных чисел $q(x)$ представляется законом обратной связи (14):

$$Q(x) = p(x) + q(x)$$

Здесь $q(x) = q_c(x) - q_{cn}(x) + q_{пер.}(x)$ (41)

$q_c(x)$ -составные из простых сомножителей числа;

$q_{cn}(x)$ -составные повторные числа;

$q_{пер.}(x)$ - числа, исключаемые из составных повторных чисел, являющиеся «пересечением», коммутацией составных повторных чисел.

В качестве метода нахождения указанных чисел использован искусственный прием коммутации чисел: ряд $Q(x)$ перемножается с таким же рядом $Q(x)$ с образованием всех возможных сочетаний. На рисунке 8 представлены полученные таким образом

составные числа в виде $\int \frac{1}{x} dx$, повторные составные в виде вертикальных и

горизонтальных линий и - числа «пересечения», образованные пересечением горизонтальных и вертикальных линий.

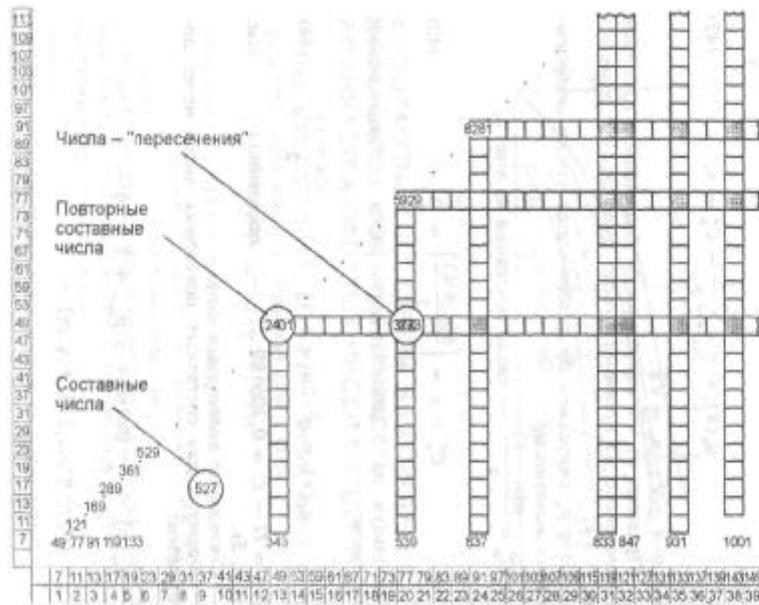


Рис. 8.

рис. 8. (Начало...)

6.2. Составные числа

$$q_c(x) = h \cdot x \sum_{1}^n \frac{1}{p_n} - C_n^2 - n \quad (42)$$

где $n = h \cdot \sqrt{x}$, $p_n = \sqrt{x}$

Правило: а) \sqrt{x} округляем до ближайшего простого (составного из простых) числа ряда $Q(x)$ с условием $p_n \leq \sqrt{x}$.

б) $h \cdot p_n$ округляем до целого числа путем **отбрасывания** мантиссы.

$$C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2} - \text{число сочетаний из } n \text{ по } 2.$$

$$C_n^2 + n = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right) = \sum_{1}^n n \quad (43)$$

Используя из предыдущего V раздела связь рядов с логарифмами, запишем:

$$q_c(x) = h^2 x \{ \ln(n+1) - g \} - \frac{n(n+1)}{2} \quad (44)$$

$|g| = G - C = 0,206189\dots$ - постоянная (см. раздел V).

6.3. Составные повторные числа

Формула для составных повторных чисел через логарифмы:

$$q_{cn}(x) = \frac{h^2 x}{p_i} \{ \ln(n_i + h \cdot p_{i-1} + 1 - g) \} - (n_i + h \cdot p_{i-1})(1 + h \cdot p_i) - \frac{h^2 x}{p_i} \{ \ln(h \cdot p_{i-1} + 1) - g \} + h \cdot p_{i-1} \quad (45)$$

Правило: *Количество слагаемых (логарифмов в (45)) определяется:*

$$n_i = \frac{h \cdot x}{p_i p_i} \geq h \cdot p_i, \quad \text{даже при равенстве - этот член уже}$$

отсутствует.

6.4. Пересечения составных чисел, $q_{пер.}(x)$.

$$q_{пер.}(x) = \frac{h \cdot x}{p_i \cdot p_j} \sum_1^n \frac{1}{p_n} - n - h \cdot p_i \cdot p_j \sum_1^{n_k} \frac{1}{p_k} \quad (46)$$

$$n = h \cdot p_n = h \cdot \sqrt{\frac{x}{p_i p_j}},$$

$$p_k \in 7, 11, 13, 17, \dots, \quad n_k \gg h \cdot \sqrt{p_i p_j}.$$

Для всех пересечений характерно максимальное число пересечений, равное (именно число, но не n). Округление - до ближайшего составного числа.

Функция (46) - через логарифмы:

$$q_{пер.}(x) = \frac{h^2 x}{p_i p_j} \{ \ln(n+1) - g \} - n - h^2 p_i p_j \{ \ln(n_k + 1) - g \} \quad (47)$$

6.5. Общая формула для нахождения количества простых чисел меньших заданного x .

$$p(x) = h \cdot x - h^2 x \{ \ln(n+1) - g \} + \frac{n(n+1)}{n} + \sum_1^{n_i} \left\{ \frac{h \cdot x}{p_i} [\ln(n_i + n_{i-1} + 1) - g] - (n_i + n_{i-1})(1 + h \cdot p_i) - \right.$$

$$\left. - \frac{h^2 x}{p_i} \{ \ln(n_{i-1} + 1) - g \} - n_{i-1} \right\} -$$

$$\sum_1^{n_{i,j}} \left\{ \frac{h^2 x}{p_i p_j} [\ln(n_{i,j} + 1) - g] - n_{i,j} - h^2 p_i p_j [\ln(n_k + 1) - g] \right\} \quad (48)$$

где: $n = h\sqrt{x}$, $g = 0,206189$, $n_i = \frac{h \cdot x}{p_i p_j} \geq n_{i-1} = h \cdot p_{i-1}$,

$$n_{i,j} = h \cdot p_{n_{i,j}} = h \sqrt{\frac{x}{p_i p_j}}, \quad n_k = h \sqrt{p_i p_j}.$$

VII. ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

7.1. Автором предложен новый математический инструмент в теории чисел:

- матрица 4 на 6 элементов, образованная окончаниями (3, 1, 9, 7) для 4-х столбцов и инвариантами (1, 2, 4, 5, 7, 8) для 6-и строк, выявляющая периодичность изменения как самих простых чисел в матрице, так и - периодическое повторение свойств матрицы на 24 простых числа с периодом $T = 90$.

7.2. Впервые обнаружено в поведении простых чисел в натуральном ряду их закономерное периодическое изменение: сведение бесконечного к конечному путем выявления периодичности.

7.3. Доказано, что простых чисел и чисел, являющихся производными от простых чисел путем их комбинаторного перемножения, в натуральном ряду составляет 26,666%.

7.4. Выявление периодичности простых чисел позволило найти постоянные простых чисел:

$b = 24$ - постоянная матрицы,

$$h = \frac{b}{T} = \frac{24}{90} = 0,2666... \text{ структурная постоянная простых чисел.}$$

7.5. Открыт Закон динамического сохранения относительных величин простых и составных из простых сомножителей чисел для открытых (развивающихся) систем, коими и являются числа:

$$P_o(x) + Q_o(x) = h = const$$

Математически данный закон определяет обратную связь простых и составных чисел, осуществляет регулирование их взаимного количества при непрерывном их «развитии» - возрастания их количества.

7.6. Открытый новый Закон для простых чисел позволяет проводить теоретические исследования распределения простых чисел и составных из простых чисел на примере приближенных соотношений (например, функция распределения Чебышева).

Так, например, используя экспериментальные данные по нахождению простых чисел до $x = 6000$ и формулу Чебышева - удалось показать, что отношение простых чисел к составным числам в диапазоне простых чисел количеством равным 666, включая последнее число 4999, обратно пропорционально их отношению в диапазоне простых чисел, превышающих их количество, равное 666.

«Точка равновесия» (количественное равенство) количества простых и составных из простых чисел приходится на 56 период повторения матриц с количеством чисел, равным 24: $p(x) = q(x) \approx 666$

7.7. На основании периодичности «в малом», наличия закона обратной связи простых чисел с составными, обратно пропорциональной зависимости отношений чисел и бесконечности множества чисел показано периодическое изменение развития чисел на числовой оси в «бесконечности», другими словами - доказано спиральное

периодическое развитие чисел при увеличении их количества.

7.8. Для нахождения количества составных чисел из простых без повторений себе подобных найден Ромбический алгоритм нахождения составных чисел, включающий в себя алгоритм построения треугольника Паскаля для биномиальных коэффициентов.

7.9. Доказана счетность, т.е. однозначное сопоставление ряда простых и составных чисел натуральному ряду чисел: теперь, любое простое или составное из простых число, умноженное на структурную постоянную $h = 0,26666\dots$ (с отбрасыванием без округления мантиссы) дает порядковый номер данного числа в ряду простых чисел. Используя полученные в данной работе свойства простых и составных из простых чисел теперь можно сразу определить, к какому классу чисел оно принадлежит.

7.10. Определен квазигармонический ряд простых чисел и выражен через логарифмы, в частности сопоставлены суммы гармонического ряда натуральных чисел, логарифма и суммы квазигармонического ряда.

Введены новые константы для квазигармонического ряда:

$G = 0,7834057\dots$ и $g = G - C = 0,2061907\dots$, где $C = 0,577215\dots$ - постоянная Эйлера.

7.11. Представлены формула и алгоритм для приближенного нахождения количества простых чисел путем нахождения количества составных чисел, повторных составных чисел и т.н. пересечений- повторных коммутаций составных чисел между собой.

7.12. Показано, что причина и следствие могут быть разнесены во «времени» на очень большие величины, что порой не дает увидеть управление сложностью и многообразием в Природе, заложенное в микрокосме.

Управление процессами (любыми) в большом закладывается в малом.

7.12. Впервые находят объяснение т.н. магические и мистические числа:

число семь (7) является *первым* числом выявленного ряда простых и составных из простых чисел:

- число 12 - является половиной количества чисел в первой (и других) матрице, при котором функция распределения достигает максимума числа простых чисел в одной матрице,

- число 13 соответствует первому составному числу $49 = 7 \times 7$;

- число 666 характеризует точку равновесия - равенства количества простых и составных чисел при общем количестве простых и составных чисел 1334;

- число 56 характеризует количество ячеек в решетке, в узлах которой расположена матрица из 24 чисел простых и составных,

- число 56 характеризует количество периодов матрицы в 24 числа с периодом следования $T = 90$ чисел, при котором наступает точка равновесия.

И так можно продолжать, видимо, очень долго. В заключение хочется привести слова естествоиспытателей природы, выдающихся физиков П.А.М. Дирака и В. Комарова:

«...Значит, есть возможность, что древняя мечта философов связать всю Природу со свойствами целых чисел будет когда-нибудь осуществлена.... Разработка этой идеи приведет к связи между атомной физикой и космологией.» [10];

«...Для подобных прогнозов есть определенные основания. Например, замечено, что статистическое распределение в струне фермионов, элементарных частиц с полуцелым спином, эквивалентно статистическому распределению простых чисел в натуральном ряду. Возникает потрясающая идея: не отражает ли поведение чисел натурального ряда и многие другие свойства окружающего нас мира?» [11].

В заключение всей работы хочу подчеркнуть общий вывод данного исследования:

Впервые доказана адекватность абстрактного математического мышления человека процессам в Природе на основании экспериментальных исследований фундамента математики - периодической закономерности изменения простых чисел в натуральном ряде чисел.

Литература:

1. Демьянов В.П. Рыцарь точного знания. - М.: Знание, 1991.(Творцы науки и техники).
2. Виноградов И.М. Основы теории чисел. -М.: «Наука», 1981 (Физ. - мат. Литература).
- 3 Математический энциклопедический словарь. Под ред. Прохорова Ю.В. М.: Советская энциклопедия», 1988.
4. Чебышев П.Л. Полное собрание сочинений. - Т. 1 - 5 . - М.:- Л.,1944 - 1951.
5. Неопубликованные материалы Л. Эйлера по теории чисел. Под ред. д-ра фил. наук Н.И. Невской. РАН, Институт истории естествознания и техники . Санкт - Петербург. «НАУКА», 1997
6. L.E. Dickson. History of the theory of Numbers? Vol. 1.стр. 435 -440;
7. E. Landau. Handbuch der Lehre von der Verteilung der Primzahlen, Bd. 1;
8. И.И. Иванов. О некоторых вопросах, находящихся в связи со счетом простых чисел. СПб. 1901.
9. А.П. Винниченко. Простые числа, математическая статистика и ... ЭВМ. «КВАНТ». Изд. «НАУКА», № 8, 1988.
10. П. А. М. Дирак, К созданию квантовой теории поля. Москва, Наука, 1990
- 11.. В. Комаров. Физика и культура. «Знание- сила», № 6, 1987.

